NOTA	

DATOS PERSONALES. USAR LÁPIZ PASTA y LETRA MAYÚSCULA):

Apellido paterno:	Apellido materno:	Nombre:
Número de RUT:	Número de MATRICULA:	SECCIÓN:

Instrucciones:
- **NO HAY CONSULTAS**.
- Las respuestas sin desarrollo o sin justificación, no dan puntaje.
- Las respuestas desordenadas, no serán corregidas.
- Recuerde que debe realizar su prueba en su respectiva sección, de lo contrario será calificad@ con nota mínima.
- Queda totalmente prohibido el uso de calculadoras programables y formularios
- Apagar y guardar sus **celulares**.

Nota$=1+\dfrac{Puntos}{10}$. **Duración**= 60 minutos

CORRECCIÓN

Pregunta 1	
Pregunta 2	
Pregunta 3	
TOTAL PUNTOS	

1) a) Sea $p(x) = x^4 + x^3 + 2x - 4$ y $q(x) = x^2 - 1$ dos polinomios. Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, JUSTIFICANDO en todos los casos su respuesta.

   I) **[4 ptos.]** $(x+1)$ es factor de $p(x)$

   II) **[5 ptos.]** El resto de dividir $p(x)$ con $q(x)$ es $r(x) = -2 - 2x$

   III) **[5 ptos.]** La factoricación de $p(x)$ en $\mathbb{R}$ es $p(x) = (x-1)(x^2+2)(x+2)$

   b) **[6 ptos.]** Descomponer en fracciones parciales

$$t(x) = \frac{x+2}{p(x)}$$

Solución:

a) I) Falsa, ya que $p(-1) = -6 \neq 0$

II) Falsa, ya que $p(x) = (x^2-1)(x^2+x+1) - 3 + 3x$ con $r(x) = -3 + 3x$

III) Verdadera, claramente 1 es una raiz de $p(x)$. Haciendo division sintética tenemos que:

$$\left.\begin{array}{c|c|c|c|c||c} 1 & 1 & 0 & 2 & -4 & 1 \\ \hline & 1 & 2 & 2 & 4 & \\ \hline 1 & 2 & 2 & 4 & 0 & \end{array}\right\} \Longrightarrow p(x) = (x-1)\underbrace{(x^3+2x^2+2x+4)}_{s(x)}$$

Como -2 es raíz de $s(x)$ tenemos que:

$$\left.\begin{array}{c|c|c|c||c} 1 & 2 & 2 & 4 & -2 \\ \hline & -2 & 0 & -4 & \\ \hline 1 & 0 & 2 & 0 & \end{array}\right\} \Longrightarrow p(x) = (x-1)(x+2)(x^2+2)$$

b) $t(x) = \dfrac{1}{(x-1)(x^2+2)} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{Bx+C}{x^2+2} \Rightarrow A(x^2+2) + (x-1)(Bx+C) = 1$. Por lo que $A = \dfrac{1}{3}$, $\quad B = -\dfrac{1}{3}$, $\quad -\dfrac{1}{3}$. Por lo tanto

$$t(x) = \frac{1}{3(x-1)} + \frac{-x-1}{3(x^2+2)}$$

2) **[20 ptos.]** La directiva de un club de fúbol contrata a una empresa de transportes para trasladar a 1200 de sus socios a ver un partido de su equipo. La empresa dispone de buses grandes para 50 pasajeros y buses pequeños para 30 pasajeros. El precio de cada bus grande es de \$126000, y el de los buses pequeños de \$90000. Para el día del partido, la empresa dispone de 28 conductores. Determinar el número de buses grandes y pequeños deben contratarse para que el costo del viaje sea el menor posible. ¿Cuál es ese costo mínimo?

Solución:

Sea x =número de buses grandes, y =número de buses pequeños

Maximizar la función $F(x, y) = 126000x + 90000y$

$$\textit{Restricciones} \qquad \left.\begin{array}{r} x + y \leq 28 \\ 50x + 30y \geq 1200 \\ x \geq 0,\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

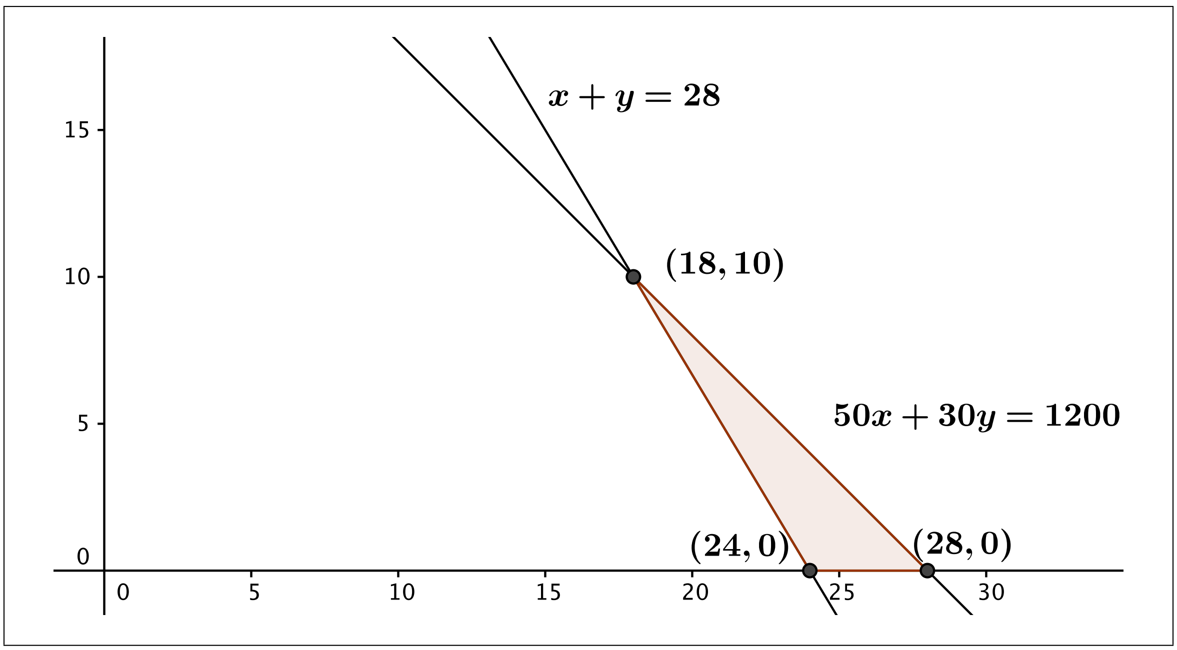

Tabla de valores

Vértices	$F = 126000x + 90000y$	
$(24, 0)$	3024000	$\leftarrow$
$(28, 0)$	3528000	
$(18, 10)$	3168000	

Por lo que se deberían contratar 24 buses grandes y 0 buses pequeños con un costo de 3024000

3) a) **[10 ptos.]** Dada la siguiente ecuación, identificar que tipo de cónica es, entregado su centro, focos y excentricidad

$$9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y + 36 = 0$$

Solución:

$$\begin{aligned} 9x^2 - 36x + 4y^2 - 24y &= -36 \\ 9(x^2 - 4x) + 4(y^2 - 6y) &= -36 \\ 9[(x-2)^2 - 4] + 4[(y-3)^2 - 9] &= -36 \\ 9(x-2)^2 + 4(y-3)^2 &= 36 \\ \frac{(x-2)^2}{2^2} + \frac{(y-3)^2}{3^2} &= 1 \end{aligned}$$

Se trata de un elipse con centro $(2,3)$, focos $(2, 3+\sqrt{5}), (2, 3-\sqrt{5})$ y excentricidad $e = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

b) **[10 ptos.]** Sea $C : 18y - x^2 - 6x + 27 = 0$. Determinar la ecuación de la circunferencia sabiendo que la longitud de su diámetro es igual a la longitud del segmento que determinan las intersecciones de C con el eje x y el centro se ubica en el vértice de C

Solución:

Intersección con el eje x hacemos $y = 0$. Por lo que $x^2 + 6x - 27 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+9) = 0$. Se tiene que $x = -9, \quad x = 3$ y la longitud es de 12 por lo que el radio es 6. Ahora $18y - x^2 - 6x + 27 = 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 = 18(y+2)$. Así el centro de la circunferencia es $(-3, -2)$ Por lo tanto la ecuación de la cicunferencia buscada es

$$(x+3)^2 + (y+2)^2 = 36$$